

## ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ПОЛЯ ДЕФОРМАЦИИ ФРАКТАЛЬНЫХ СВЯЗАННЫХ СТРУКТУР

О.П. Абрамова

Донецкий национальный университет, [oabramova171@gmail.com](mailto:oabramova171@gmail.com)

Исследовано комплексное поле деформации связанной структуры, состоящей из отдельных фрактальных структур. Методом численного моделирования на примере отдельных круговых цилиндрических структур (границы, которых не пересекаются, касаются и пересекаются) показаны особенности поведения комплексной функции смещения.

Ключевые слова: фрактальные связанные структуры, отдельные круговые цилиндрические структуры, переменная амплитуда функции смещения, комплексное поле деформации, численное моделирование.

### Введение

Наноструктуры, метаматериалы, искусственные структуры, состоящие из различных отдельных элементов [1 - 3] используют в качестве элементной базы при создании квантовых компьютеров. Моделирование поведения поля деформации таких связанных структур осуществляется с помощью метода итераций. В процессе итераций реализуются различные стохастические процессы, которые зависят от начального состояния отдельных элементов связанных структур. При этом поля деформации, как отдельных элементов, так и всей связанной структуры являются комплексными [4, 5]. В результате итерационного процесса элементы матриц для поля деформации становятся случайными (появляется квантовый хаос [6]), что является характерным для фрактальных структур.

Целью данной работы является исследование особенностей комплексного поля деформации связанной фрактальной структуры, состоящей из отдельных фрактальных структур.

### Моделирование поля деформации связанной фрактальной структуры

В данной работе будем исследовать связанные фрактальные структуры, состоящие из двух, трёх и четырёх круговых цилиндров со сдвинутыми центрами. Рассматриваемые фрактальные структуры находятся в объемной дискретной решетке  $N_1 \times N_2 \times N_3$ , узлы которой задаются целыми числами  $n, m, j$ . Функции смещения  $u_i$  отдельных структур в процессе итераций начинают зависеть от функции смещения  $u$  всей связанной структуры и характеризуются переменной амплитудой  $2(k'_{ui})^2$ . Поле деформации связанной структуры  $u$  представляем как сумму полей деформаций отдельных структур. В этом случае нелинейные уравнения для безразмерной комплексной функции смещения  $u$  узла решетки имеют вид [4]

$$u = \sum_{i=1}^N R_i u_i; \quad u_i = k_{ui}^2 (1 - 2(k'_{ui})^2 \text{sn}^2(u - u_{0i}, k'_{ui})); \quad (1)$$

$$k_{ui}^2 = (1 - \alpha_i) / Q_i; \quad k'_{ui} = (1 - k_{ui}^2)^{1/2}; \quad p_i = p_{0i} + p_{1i}n + p_{2i}m + p_{3i}j; \quad (2)$$

$$Q_i = p_i - b_{1i}(n - n_{0i})^2 / n_{ci}^2 - b_{2i}(m - m_{0i})^2 / m_{ci}^2 - b_{3i}(j - j_{0i})^2 / j_{ci}^2. \quad (3)$$

Здесь  $N = 2, 3, 4$  – количество круговых цилиндров в связанной структуре,  $\alpha_i$  – фрактальные размерности полей деформации  $u_i$  вдоль оси  $Oz$  ( $i = \overline{1, N}$ );  $u_{0i}$  – постоянные (критические) смещения; модули  $k_{ui}$  являются функциями от индексов  $n, m, j$  узлов решетки. Отдельные круговые цилиндры характеризуются параметрами:  $R_i, p_{0i}, p_{1i}, p_{2i}, p_{3i}, b_{1i}, b_{2i}, b_{3i}, j_{0i}, j_{ci}$ ; координатами центров в узлах решетки  $n_{0i}, m_{0i}$  и радиусами  $r_i = \sqrt{n_{ci}^2 + m_{ci}^2}$  в плоскости  $nOm$ , где  $n_{ci} = m_{ci}$ . При этом  $N_1 = 240, N_2 = 240, \alpha_i = 0.5, u_0 = 29.537, p_0 = 1.0423, p_{1i} = 0, p_{2i} = 0, b_{1i} = b_{2i} = 1, b_{3i} = 0, j_{0i} = 31.5279, j_{ci} = 11.8247$ .

Полю деформации связанной структуры соответствует упорядоченный оператор (1) и матрица  $\mathbf{M}(u)$ , элементы которой находятся методом итераций по индексу  $n$  при решении уравнений (1) – (3) с комплексным начальным условием  $u = 0 + 0i$  (где  $i$  – мнимая единица). Сначала рассмотрим связанную фрактальную структуру, состоящую из отдельных четырех круговых цилиндров ( $N = 4, i = 1, 2, 3, 4$ ) одинаковых радиусов  $r_i$ , где полуоси  $n_{ci} = m_{ci} = 24.3582$  с центрами  $(n_{0i}, m_{0i})$  в плоскости  $nOm$ : первый цилиндр  $n_{01} = 80.3267, m_{01} = 160.3267, R_1 = 1$ ; второй цилиндр  $n_{02} = 160.3267, m_{02} = 160.3267, R_2 = 1$ ; третий цилиндр  $n_{03} = 80.3267, m_{03} = 80.3267, R_3 = 1$ ; четвертый цилиндр  $n_{04} = 160.3267, m_{04} = 80.3267, R_4 = 1$ . При этом границы отдельных круговых цилиндров не пересекаются, а расстояние между центрами сечений цилиндров  $d = 80$ , а комплексная функция смещения  $u$  имеет вид

$$u = R_1 u_1 + R_2 u_2 + R_3 u_3 + R_4 u_4. \quad (4)$$

На рис. 1 а, г показано поведение сечений  $u \in [-0.5; 0.5]$  комплексной функции смещения такой связанной структуры. Так для  $\text{Re} u$  (рис. 1 а) характерно регулярное поведение внутренней области отдельных четырех цилиндров типа мембраны вогнутой (выпуклой), а для границ характерно стохастическое кольцеобразное поведение. Во внешней области каждого отдельного цилиндра наблюдается волнообразное поведение. В областях между границами отдельных цилиндров возникает эффект взаимодействия (перестройки структуры деформированных волнового и стохастического поведений). В результате для всей связанной структуры возникают объединенные траектории деформированного волнового поведения. Мнимая часть функции смещения  $\text{Im} u$  (рис. 1 г) локализована в области четырех различных стохастических колец, что свидетельствует о наличии различных механизмов эффективного затухания в каждом отдельном цилиндре. Для первого, второго и третьего цилиндров наблюдается локализация особенностей типа разрывов (где  $\text{Im} u = 0$ ) в отличие от четвертого цилиндра, где реализуется затухание в виде сплошного стохастического кольца. Далее рассмотрим связанные фрактальные структуры, состоящие из трех (

$N = 3, i = 2, 3, 4$ ) круговых цилиндров одинаковых радиусов сечений, где  $n_{ci} = m_{ci} = 24.3582$  с центрами  $(n_{0i}, m_{0i})$  в плоскости  $nOm$ . На рис. 1 б, д показано поведение сечений  $u \in [-0.5; 0.5]$  комплексной функции смещения

$$u = R_2u_2 + R_3u_3 + R_4u_4. \quad (5)$$

На рис. 1 в, е показано поведение сечений  $u \in [-0.5; 0.5]$  комплексной функции смещения ( $N = 3, i = 1, 3, 4$ )

$$u = R_1u_1 + R_3u_3 + R_4u_4. \quad (6)$$

На рис. 1 ж, к показано поведение сечений  $u \in [-0.5; 0.5]$  комплексной функции смещения ( $N = 3, i = 1, 2, 4$ )

$$u = R_1u_1 + R_2u_2 + R_4u_4. \quad (7)$$

На рис. 1 з, л показано поведение сечений  $u \in [-0.5; 0.5]$  комплексной функции смещения ( $N = 3, i = 1, 2, 3$ )

$$u = R_1u_1 + R_2u_2 + R_3u_3. \quad (8)$$

Основные особенности поведения комплексной функции смещения связанной структуры из трех круговых цилиндров сохраняются, как и для структуры из четырех цилиндров. Однако, отличительной особенностью для связанной структуры является наличие деформированного регулярного волнового поведения  $\operatorname{Re} u$  и  $\operatorname{Im} u = 0$  в областях, где отсутствует структура отдельного цилиндра. Объединенные траектории деформированного волнового поведения между отдельными цилиндрами становятся другими по сравнению с рис. 1 а. Далее рассматриваются связанные фрактальные структуры, состоящие из двух круговых цилиндров одинаковых радиусов сечений, где  $n_{ci} = m_{ci} = 24.3582$  с центрами  $(n_{0i}, m_{0i})$  в плоскости  $nOm$ . На рис. 1 и, м показано поведение сечений  $u \in [-0.5; 0.5]$  комплексной функции смещения одной из таких структур

$$u = R_1u_1 + R_4u_4. \quad (9)$$

В данном случае для связанной структуры является наличие деформированного регулярного волнового поведения  $\operatorname{Re} u$  и  $\operatorname{Im} u = 0$  в областях, где отсутствует структура отдельных цилиндров (второго и третьего). Объединенные траектории деформированного волнового поведения между отдельными цилиндрами становятся другими. Подобные исследования были проведены и для связанных фрактальных структур, состоящих из пары круговых цилиндров с различной ориентацией расположения (диагональной, вертикальной и горизонтальной). Далее, в отличие от варианта связанной структуры с тремя цилиндрами (5) - (8), рис. 1, рассмотрим связанную фрактальную структуру из трех цилиндров, границы которых имеют точки касания (рис. 2 а-е) и пересечения (рис. 2 ж-м). Радиусы первого и третьего цилиндров  $r_1$  и  $r_3$ , с центрами  $(n_{0i}, m_{0i})$  в плоскости  $nOm$  выбраны такими же, что и на рис. 1. Четвертый цилиндр имеет смещенный центр  $(n_{04}, m_{04}) = (160.3267, 120.3267)$ . Для варианта с точками касания радиус четвертого цилиндра определяется полуосями  $n_{c4} = m_{c4} = 65.3582$ . Для варианта пересечения границ радиус четвертого цилиндра имеет другое значе-

ние и определяется полуосями  $n_{c4} = m_{c4} = 89.3582$ . На рис. 2 показано поведение комплексной функции смещения  $u$  для различных вариантов выбора сечений этой функции.

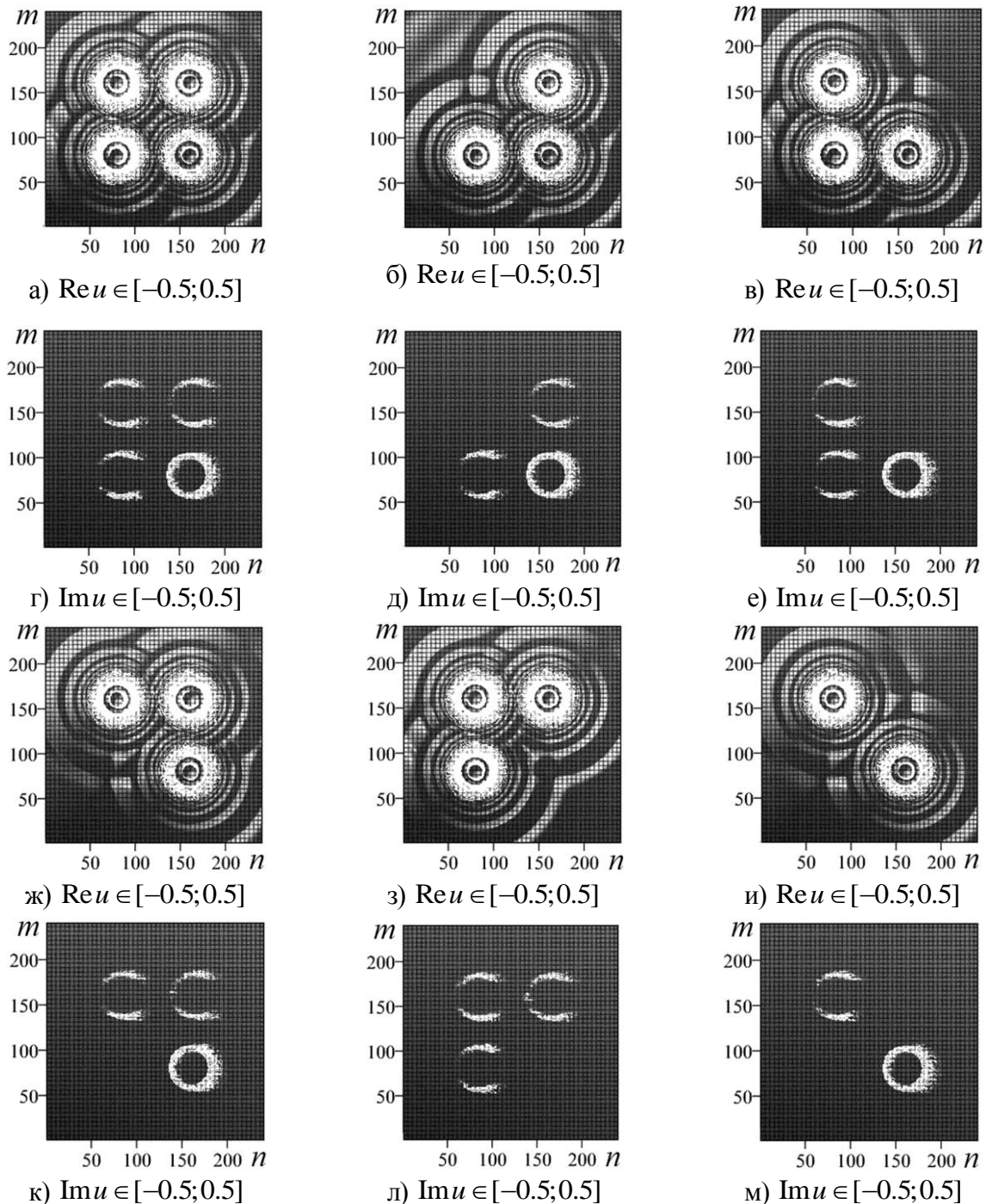


Рис. 1. Поведение сечений  $\text{Re} u \in [-0.5; 0.5]$ ,  $\text{Im} u \in [-0.5; 0.5]$  (вид сверху).

Для варианта с точками касания границ цилиндров для  $\text{Re} u$  и  $\text{Im} u$  характерным является стохастическое поведение на границах отдельных цилиндров. При изменении  $u$  от  $\text{Re} u \in [-10; 10]$  до  $\text{Re} u \in [-0.5; 0.5]$  наблюдается уширение стохастических границ отдельных цилиндров (рис. 2 а-в). Для внутренней области четвертого цилиндра характерным является регулярное поведе-

ние типа выпуклой (вогнутой) мембраны. Во внутренних областях первого и третьего цилиндров возникает дополнительная тонкая структура. При изменении  $u$  от  $\text{Im}u \in [-10; 10]$  до  $\text{Im}u \in [-0.5; 0.5]$  (рис. 2 г-е) характер эффективного затухания также изменяется.

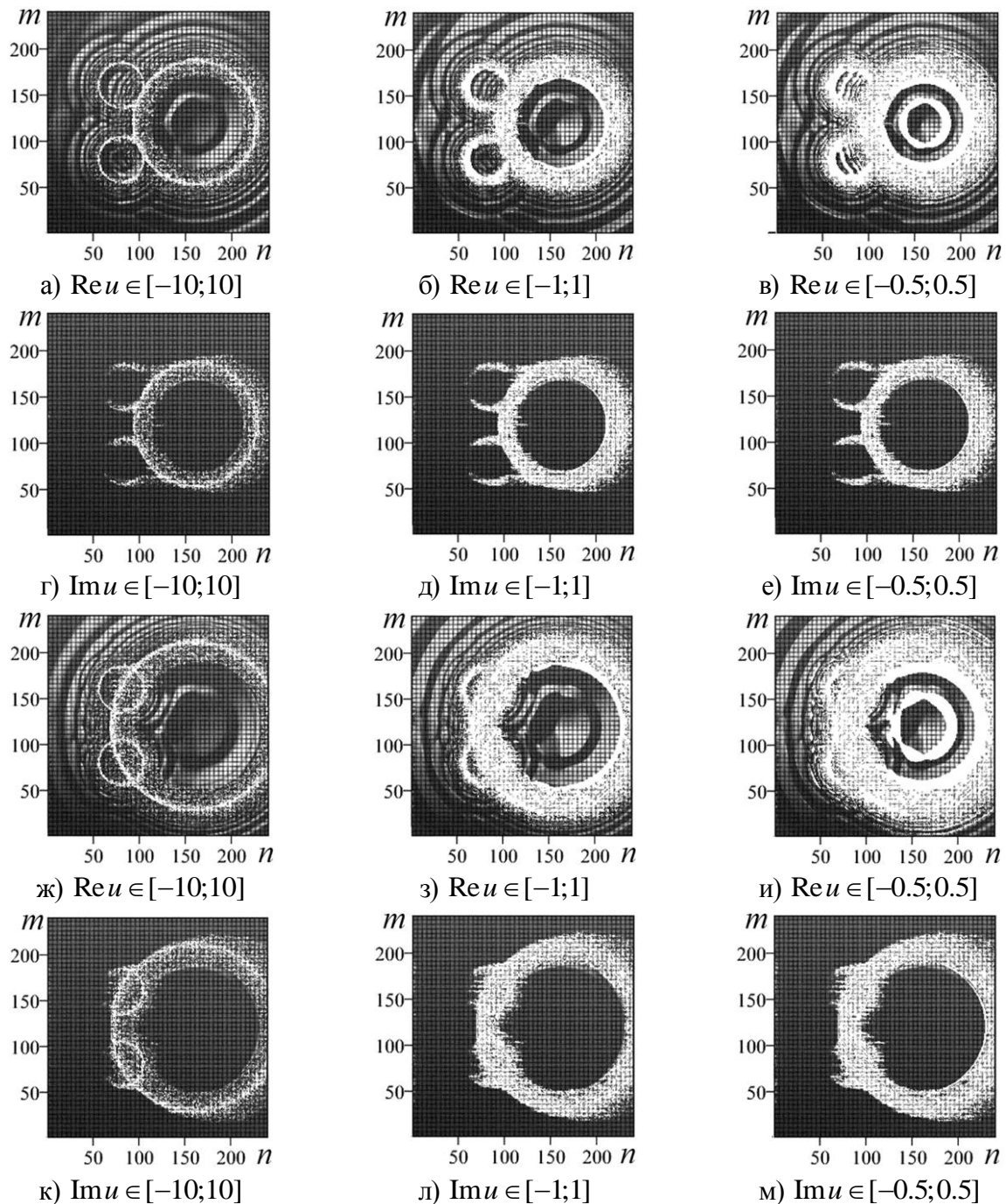


Рис. 2. Поведение сечений  $\text{Re}u$ ,  $\text{Im}u$  (вид сверху).

Для варианта с пересечением границ цилиндров для  $\text{Re}u$  и  $\text{Im}u$  характерным является уширенное стохастическое поведение на границах четвертого цилиндра (рис. 2 ж-м) по сравнению с (рис. 2 а-е). Во внутренней области четвертого цилиндра на  $\text{Re}u$  появляется дополнительная тонкая структура, которая деформирует регулярное поведение типа мембраны (рис. 2 ж-и).

## Выводы

Исследовано комплексное поле деформации связанных фрактальных структур, состоящих из двух, трёх и четырёх круговых цилиндров со сдвинутыми центрами. Показано, что для варианта, когда границы цилиндров не пересекаются, между отдельными цилиндрами возникают объединенные траектории деформированного волнового поведения связанной структуры. Для  $Re u$  каждого отдельного цилиндра наблюдается регулярное поведение внутренней области типа мембраны вогнутой (выпуклой), для границ – стохастическое поведение, во внешней области – волнообразное поведение. Наличие  $Im u$  свидетельствует об эффективном затухании, которое локализовано в области стохастических колец. Для вариантов с точками касания и пересечением границ цилиндров характерным является уширенное стохастическое поведение на границах, во внутренних областях появляются дополнительные тонкие структуры, которые деформируют регулярное поведение типа мембраны.

## Литература

1. Нелинейности в периодических структурах и метаматериалах / под ред. Ю.С. Кившаря и Н.Н. Розанова. – М.: Физматлит, 2014. – 384 с.
2. Абрамов В.С. Активные объекты, асимметрия материи, черные дыры и бозон Хиггса во фрактальных системах // Известия РАН. Сер. Физическая. 2022. Т. 86, № 7. С. 1047–1053.
3. Абрамов В.С. Активные наночастицы, агрегаты и бозон Хиггса в кварк-глюонной модели // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – № 1. – С. 66-79.
4. Абрамова О.П. Поведение поля деформации структуры, состоящей из двух круговых цилиндров со сдвинутыми центрами при наличии модуляции фрактальных индексов // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – № 1. – С. 53-65.
5. Abramova O.P., Abramov A.V. Memory Cell Based on Qubit States and Its Control in a Model Fractal Coupled Structure / C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 14th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. Springer Nature Switzerland AG 2022. P. 17-29.
6. Stöckmann H.-J. Quantum Chaos. An Introduction / H.-J. Stöckmann. – Philipps-Universität Marburg, Germany, 2007. – 384 p.

## FEATURES OF THE BEHAVIOR OF THE COMPLEX DEFORMATION FIELD OF FRACTAL COUPLED STRUCTURES

Olga P. Abramova

Donetsk National University

The complex deformation field of a coupled structure, consisting of separate fractal structures has been studied. Using the numerical simulation method, on the example of separate circular cylindrical structures (boundaries that do not intersect, touch and intersect), the features of the behavior of the complex displacement function are shown.

Keywords: fractal coupled structures, separate circular cylindrical structures, variable amplitude of the displacement function, complex deformation field, numerical simulation.