

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО КОНФЛИКТА В ЭРГОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

А.В. Попов

ФГКОУ ВО «Воронежский институт МВД России»;
e-mail: Alex_std_ex@mail.ru

Аннотация. Рассматривается модель взаимодействия элементов эрготехнической системы. Для определения характера отношений между элементами используются положения теории конфликта. Исследуется динамика изменения полезностей элементов с учетом дискретности временной шкалы. Разрабатывается обобщенная модель определения полезности элементов эрготехнической системы на любом участке времени.

Ключевые слова: конфликт, эрготехническая система, динамика, отношения между элементами, полезность.

В настоящее время повсеместно находят свое применение человеко-машинные системы, имеющие различное назначение и природу реализуемых в них процессов. Исследование их свойств и особенностей в целях дальнейшей оптимизации является актуальной и важной задачей, при рассмотрении которой широкое применение нашли методы математического моделирования и системного анализа. В работе [1] человеко-машинная система, включающая в себя организационные и технические элементы и характеризующаяся операторским типом деятельности, носит название эрготехнической.

Отношения между элементами системы для оценки ее динамики предлагается рассматривать с точки зрения теории конфликта [2, 3]. Фундаментальными типами отношений в таком случае выступают сотрудничество, противоречие и независимость. Принципы и особенности взаимодействия элементов в составе эрготехнической системы, а также характер отношений между ними в зависимости от реализуемых процессов определены в работах [1, 4, 5].

Отметим, что основополагающим фактором при оценке динамики функционирования системы и характера отношений между ее элементами является определение целей ее элементов, а также их полезности. Под полезностью элемента p^i в настоящей работе будем понимать некоторую количественную оценку, значение которой возрастает пропорционально степени достижения цели i -м элементом. Отношение между i -м элементом на j -м оценивается с помощью весового коэффициента r^{ij} , характеризующим степень изменения полезностей элементов и, соответственно, «силу» воздействия i -го элемента на j -й.

Представим систему из двух элементов с циклическим взаимодействием друг на друга в виде графа G_1 (рис. 1). На графе элементам системы соответ-

вуют вершины v_1 и v_2 соответственно, а отношениям – дуги с некоторыми весами r^{12} и r^{21} [6].

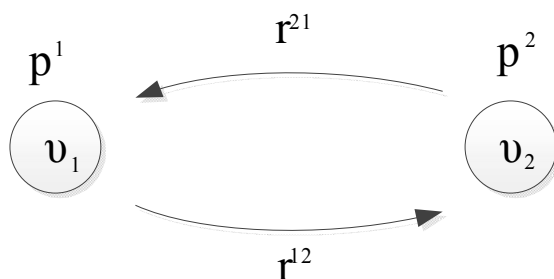


Рис. 1. Граф G_1

Рассматривать динамику функционирования такой системы как в условиях дискретности, так и в условиях непрерывности времени. В настоящей работе будет рассматриваться ситуация, когда полезности элементов меняются на определенных временных интервалах, т. е. в результате взаимных воздействий друг на друга.

В зависимости от рассматриваемой системы и реализуемых в ней процессов длительность выбранных временных интервалов в реальном масштабе времени может варьироваться в силу того, что природа воздействий может быть различной. Временная шкала системы, представленной в виде графа G_1 будет представлять собой s участков последовательных воздействий друг на друга элементов v_1 и v_2 (рис. 3), так как в графовой модели системы присутствует только один цикл длиной 2.

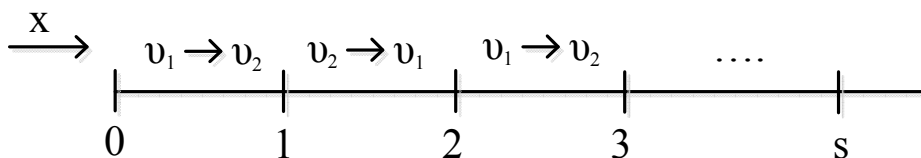


Рис. 3. Шкала дискретных временных интервалов для графа G_5

Таким образом, дуги графа G_1 будут заданы как r_{τ}^{ij} , где i – воздействующий элемент, j – элемент, подвергающийся воздействию, τ – правая граница временного интервала, за который было осуществлено воздействие; вершинам графа будут заданы условные значения полезностей p_0^1 и p_0^2 в нулевой момент времени.

Опишем процессы, протекающие в системе, представленной в виде графа G_1 . В результате некоторого внешнего воздействия x полезность вершины v_1 стала равна p_1^1 . В таком случае относительный коэффициент приращения значения полезности для вершины v_1 на участке $[0;1]$ обозначается k_{01}^1 и определяется по формуле:

$$k_{01}^1 = \frac{p_1^1}{p_0^1}, k_{01}^1 \in [0; +\infty). \quad (1)$$

При наличии причинной связи r_1^{12} (в интервале времени $[0;1]$) значение полезности вершины v_2 также изменится на некоторую величину и станет равно p_1^2 . Относительный коэффициент приращения значения полезности k_{01}^2 для вершины v_2 можно определить по формуле:

$$k_{01}^2 = \frac{p_1^2}{p_0^2}, k_{01}^2 \in [0; +\infty). \quad (2)$$

Для определения значений весовых коэффициентов влияний r_1^{12} и r_2^{21} применим относительный метод расчета [7]. Из предложенного метода следует, что значение весового коэффициента влияний i -го элемента на j -й есть отношение изменения полезности j -го элемента к изменению полезности i -го элемента. Таким образом значения r_1^{12} и r_2^{21} на временном участке $[0; 2]$ можно рассчитать по формулам:

$$r_1^{12} = \frac{k_{01}^2}{k_{01}^1} = \frac{p_1^2/p_0^2}{p_1^1/p_0^1}; \quad (3)$$

$$r_2^{21} = \frac{k_{12}^1}{k_{01}^2} = \frac{p_2^1/p_1^1}{p_1^2/p_0^2}. \quad (4)$$

Таким образом значения весовых коэффициентов влияний для графа G_1 в общем виде примут следующий вид:

$$r_{\tau}^{ij} = \frac{k_{(\mu-1)\mu}^j}{k_{(\mu-1)\mu}^i} = \frac{p_{\mu}^j/p_{\mu-1}^j}{p_{\mu}^i/p_{\mu-1}^i}; \quad (5)$$

$$r_{\tau+1}^{ji} = \frac{k_{(\mu+1)\mu}^i}{k_{(\mu-1)\mu}^j} = \frac{p_{\mu+1}^i/p_{\mu}^i}{p_{\mu}^j/p_{\mu-1}^j}, \quad (6)$$

где $\tau = 1, 3, 5, \dots, n$; $\mu = 1, 2, 3, \dots, (s - 1)$.

Отметим, что систему можно считать синергетически сбалансированной [3, 7], если выполняется условие $\forall i$:

$$\left(\bigwedge_{\mu=0}^{s-1} k_{\mu(\mu+1)}^i > 1 \right) \vee \left(\bigwedge_{\mu=0}^{s-1} k_{\mu(\mu+1)}^i < 1 \right), \quad (7)$$

антагонистически сбалансированной, если:

$$\left(\bigwedge_{\mu=0,2,4,\dots,s-2} [(k_{\mu(\mu+1)}^1 > 1) \wedge (k_{\mu(\mu+1)}^2 < 1) \wedge (k_{(\mu+1)(\mu+2)}^1 > 1)] \right) \vee \left(\bigwedge_{\mu=0,2,4,\dots,s-2} [(k_{\mu(\mu+1)}^1 < 1) \wedge (k_{\mu(\mu+1)}^2 > 1) \wedge (k_{(\mu+1)(\mu+2)}^1 < 1)] \right). \quad (8)$$

Во всех остальных случаях, где $k_{\mu(\mu+1)}^i \neq 1 \forall i, \mu$ система считается конфликтной и несбалансированной [3].

Значения весовых коэффициентов влияний элементов системы друга могут быть как постоянными, так и переменными, т. е. $r_{\tau}^{ij} = r_{\tau+2}^{ij}$ или $r_{\tau}^{ij} \neq r_{\tau+2}^{ij}$.

При известных значениях r_{τ}^{ij} и $r_{\tau+1}^{ij}$ можно исследовать дальнейшую динамику развития системы даже через s -е количество временных интервалов.

Определим значение полезности 1-го элемента, представленного вершиной v_1 , спустя один полный цикл (т. е. через 2 временных интервала) при известных значениях весовых коэффициентов влияний, для упрощения заданных постоянными, но необязательно одинаковыми, т. е. $\forall \tau: r_{\tau}^{12} = const; r_{\tau}^{21} = const$. Значение его полезности p_2^1 выражаем из (4):

$$p_2^1 = r_2^{21} \cdot \frac{p_1^1 \cdot p_1^2}{p_0^2}. \quad (9)$$

Значения p_1^2 получаем из выражения (3):

$$p_1^2 = r_1^{12} \cdot \frac{p_0^2 \cdot p_1^1}{p_0^1}. \quad (10)$$

Подставляем p_1^2 в формулу (9):

$$p_2^1 = r_2^{21} \cdot \frac{p_1^1}{p_0^2} \cdot r_1^{12} \cdot \frac{p_0^2 \cdot p_1^1}{p_0^1}; \quad (11)$$

$$p_2^1 = r_2^{21} \cdot r_1^{12} \cdot \frac{(p_1^1)^2}{p_0^1}.$$

Исследуем значение полезности v_1 спустя 2 цикла (4 временных интервала) и выявим закономерность для представления формул в обобщенном виде.

$$p_3^1 = r_4^{21} \cdot \frac{p_2^1 \cdot p_2^2}{p_1^2}, \text{ где} \quad (12)$$

$$p_2^2 = r_3^{12} \cdot \frac{p_1^2 \cdot p_2^1}{p_1^1}.$$

Приводим формулу (9) к виду:

$$\begin{aligned} p_3^1 &= r_4^{21} \cdot \frac{p_2^1}{p_1^2} \cdot r_3^{12} \cdot \frac{p_1^2 \cdot p_2^1}{p_1^1}; \\ p_3^1 &= r_4^{21} \cdot r_3^{12} \cdot \frac{(p_2^1)^2}{p_1^1}. \end{aligned} \quad (13)$$

При подстановке значения p_2^1 из (11) в (13) получаем:

$$\begin{aligned} p_3^1 &= r_4^{21} \cdot r_3^{12} \cdot \frac{\left(r_2^{21} \cdot r_1^{12} \cdot \frac{(p_1^1)^2}{p_0^1} \right)^2}{p_1^1} = \\ &= r_4^{21} \cdot r_3^{12} \cdot (r_2^{21})^2 \cdot (r_1^{12})^2 \cdot (p_1^1)^3 \cdot \frac{1}{(p_0^1)^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

После выполнения аналогичных итерационных расчетов для $\tau = 5, 6, \dots, s$ были получены обобщенные формулы для расчета полезностей элементов системы. Так, на шаге $\tau = s$ значение полезности p_τ^1 будет определяться по формулам:

если значения весовых коэффициентов неизменны, т. е. $\forall \tau : (r_\tau^{12} = r_{\tau+2}^{12}) \wedge (r_{\tau+1}^{21} = r_{\tau+3}^{21})$, то

$$p_\tau^1 = (r^{12} \cdot r^{21})^{(\tau-1)!} \cdot \frac{(p_1^1)^\tau}{(p_0^1)^{\tau-1}} \quad (15)$$

если $(r_\tau^{12} \neq r_{\tau+2}^{12}) \vee (r_{\tau+1}^{21} \neq r_{\tau+3}^{21})$, то

$$p_\tau^1 = \frac{(p_1^1)^\tau}{(p_0^1)^{\tau-1}} \cdot \prod_{\alpha=0}^{\tau-1} (r_\alpha^{21} \cdot r_\alpha^{12})^m. \quad (16)$$

Соответственно, для второго элемента общие формулы расчета принимают следующий вид:

при $(r_\tau^{12} = r_{\tau+2}^{12}) \wedge (r_{\tau+1}^{21} = r_{\tau+3}^{21}) \forall \tau$:

$$p_\tau^2 = (r^{12})^\tau \cdot \frac{p_\tau^1 \cdot p_0^2}{p_0^1}, \quad (17)$$

иначе

$$p_\tau^2 = \frac{p_\tau^1 \cdot p_0^2}{p_0^1} \cdot \prod_{\beta=1,3,\dots,(2\tau-1)} r_\beta^{12}. \quad (18)$$

Таким образом, зная весовые коэффициенты влияния элементов друг на друга можно определить полезность каждого элемента системы на любом временном отрезке, что является важным фактором при решении задач теории конфликта. Для этого могут быть использованы различные методы, использование которых зависит от условий решаемой задачи. Как правило, использование относительного метода определения весовых коэффициентов рационально применять для дискретной временной шкалы в тех случаях, когда природа ис-

следуемой системы такова, что у функций полезности ее элементов высокая дисперсия и частота изменения.

Основываясь на данном методе, по найденным значениям p_t^i осуществляется построение и аппроксимация функций полезности элементов на всём интервале времени, за который осуществляется наблюдение. После определения искомым функций могут быть использованы методы функционального анализа для дальнейшего исследования системы, в том числе моделирование поведения системы с помощью эволюционных дифференциальных уравнений.

Литература

1. Алексеев В.В. Моделирование информационного воздействия на эрготехнический элемент в эрготехнических системах / В.В. Алексеев [и др.]. – М.: «Стенсвил», 2003. – 200 с.
2. Сысоев В.В. Конфликт. Сотрудничество. Независимость. Системное взаимодействие в структурно-параметрическом представлении / В.В. Сысоев. – М.: Московская академия экономики и права, 1999. – 151 с.
3. Светлов В.А. Управление конфликтом. Новые технологии принятия решений в конфликтных ситуациях: учеб. пособие / В.А. Светлов. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2019. – 136 с.
4. Попов А.В. Модель взаимодействия между элементами эрготехнической системы на примере сети связи специального назначения / А.В. Попов // Математические методы в технологиях и технике, 2022. – № 3. – С. 48–51.
5. Попов А.В. Декомпозиционный подход к построению модели эрготехнической системы на примере сети связи специального назначения / А.В. Попов // Инфокоммуникационные технологии, 2022. – № 1. – С. 8–17.
6. Попов А.В. Исследование структурных и конфликтных свойств систем с использованием знаковых графов // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сб. тр. Междунар. науч. конф. (г. Воронеж, 11-13 ноября 2019 г.). Воронеж: «Научно-исследовательские публикации», 2020. – С. 1050–1055.
7. Пьянков О.В. Математическое моделирование информационно-аналитических систем органов внутренних дел: монография // Воронеж: Воронежский институт МВД России. 2013. 132 с.

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC CONFLICT IN ERGOTECHNICAL SYSTEMS

A. V. Popov

Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia;
e-mail: Alex_std_ex@mail.ru

Abstract. The model of interaction between elements of ergo-technical system is considered. Provisions of conflict theory are used to determine the nature of relations between the elements. The dynamics of element utility changes with regard for time scale discreteness is studied. A generalized model of determining the utility of elements of an ergo-technical system at any stretch of time is developed.

Keywords: conflict, ergotechnical system, dynamics, relations between elements, utility.