**УДК539.1**

**Исследование переходов** $γ\*γ\*\rightarrow η$**,** $γ\*γ\*\rightarrow η^{'}$ **в обычной схеме** $η-η^{'}$ **смешивания**

Е.В.Мамедова

Бакинский Государственный Университет, Институт Прикладной Математики

mamedova\_yegana@yahoo.com

**Аннотация**. Переходный формфактор $F\_{Mγ^{\*}}\left(Q^{2},ω\right)^{'}$переходов $γ\*γ\*\rightarrow η$, $γ\*γ\*\rightarrow η^{'}$ легких псевдоскалярных $η и η^{'}$ мезонов вычислен с помощью факторизационной формулы КХД и в приближении фиксированной константы взаимодействия. В вычислениях использована амплитуда распределения мезонов, учитывающая инфракрасные ренормалонные поправки, а также обычная октет-синглетная схема смешивания цветовой $SU\_{f}\left(3\right)$ группы.

**Ключевые слова:** переходный форм фактор, инфракрасные ренормалоны, степенные поправки, легкие псевдоскалярные мезоны.

 **Введение.** Рассмотрим фф перехода виртуальный фотон – псевдоска-лярный мезон  [1-9]:

 . (1)

 Мы ограничиваемся изучением только пространственноподобного фф-а, т.е. в выражении (1)  и  подчиняются ограничениям ,  или , .

 Фф  определяется амплитудой процесса (1)

 , (2)

здесь -полная виртуальность фотона, -параметр асимметрии

 ; , (3)

где , ; - импульс мезона. Параметр асимметрии  принимает значения в области . Значения  относятся к фф-у перехода реальный фотонмезон,-случаю, когда фотоны имеют равные виртуальности: .

 Для больших  этот фф в согласии с факторизационной формулой пКХД, может быть представлен в форме свертки амплитуды жесткой части  и ФР  мезона

 . (4)

Функция  в следующем порядке зависит от масштаба факторизации  и

ренормализационного масштаба . Мы выбираем их равными друг-другу и полной виртуальности фотона . Такой выбор масштабов исключает из выражения функции  члены, пропорциональные  и , что упрощает конечное выражение для  и мы находим [10]

 , (5)

здесь ; ,  продольная часть импульса мезона, разделенная между кварком и антикварком, соответственно, а функция  имеет следующую форму

 

 

 , (6)

здесь

 , , . (7)

В значениях  оно вновь обретает форму амплитуды жесткой части  для перехода реальный фотон- мезон .

 Функция  имеет замечательные особенности симметрии

 , , (8)

отражающую тот факт, что два фотона не могут отличаться в рассматриваемом процессе.

 Асимптотическая ФР, учитывающая инфракрасные ренормалонные поправки, имеет вид

  . (9)

 В полном выражении для фф мы не уточняем кварковую структуру мезона и постоянную распада . Поэтому полученные результаты могут быть использованы для вычисления фф перехода  и .

 **Схема** $η-η^{'}$ **смешивания.** Здесь мы обсудим электромагнитные $ηγ^{\*}$, $η^{'}γ^{\*}$ переходные формфакторы. Известно, что $η-η^{'}$ смешивание может быть описано как октет-синглетной системой цветовой $SU\_{f}(3)$ группы, так и в кварково-цветовом базисе. В первом случае, физические $η$ и $η^{'}$ состояния выражаются суперпозицией октетной $η\_{8}$ и синглетной $η\_{1}$ состояний группы SUf (3).

 $\left|η\right⟩=\cos(θ)\left|η\_{8}\right⟩-\sin(θ)\left|η\_{1}\right⟩$,

 $\left|η^{'}\right⟩=\sin(θ)\left|η\_{8}\right⟩+\cos(θ)\left|η\_{1}\right⟩$, (10)

здесь $θ$ - угол смешивания физических состояний в октет-синглетной схеме смешивания. Значения угла $θ$ берутся из экспериментальных данных [11-13] и оценены в различных теоретических работах [14-19].

Синглетное $η\_{1}$ и октетное $η\_{8}$ состояния имеют следующие кварково-антикварковые структуры

 $\left|η\_{1}\right⟩=\frac{1}{\sqrt{3}}\left|u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right⟩$,

 $\left|η\_{8}\right⟩=\frac{1}{\sqrt{6}}\left|u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s}\right⟩$. (11)

В кварково - цветовом базисе физические $η$ и $η^{'}$состояния могут содержать

суперпозицию странной $η\_{S}$ и нестранной $η\_{q}$ компонент

 ,

 . (12)

где

 ,

 . (13)

здесь  - угол смешивания физических состояний в кварково - цветовом бази-се, .

Состояния  и  и угол смешивания  в октет - синглетной схеме мо-гут быть выражены через ,  состояния и угол смешивания  кварк –цве-тового базиса и наоборот.

**Формфакторы переходов ,  в обычной схеме  смешивания.** Для описания системы мы пользуемся октет-синглетной схемой смешивания. В рамках этой схемы  смешивания отношения между базовыми состояниями  и  в SUf (3) и физическими  и  (ур. (10)) приводят к похожим отношениям между фф-ами переходов ,  и , 

 ,

 . (14)

 В модифицированной HSA, в которой учитываются поперечные импульсы, фф-ы  и  вычислены в раб. [18] и получено . Более общая схема с двумя углами смешивания  и , исследованы в раб. [16]. В этих работах получены значения, как для параметров , , , , так и для угла смешивания физических состояний:  [16]. Результаты работ [16,18] хорошо согласуются с данными [20].

 Постоянные нормировки $N\_{1}$ и $N\_{8}$ для мезонов $η\_{1}$ и $η\_{8}$ имеют вид

 $N\_{1}=2\sqrt{2}\left(e\_{u}^{2}+e\_{d}^{2}+e\_{s}^{2}\right)$ , $N\_{8}=2\left(e\_{u}^{2}+e\_{d}^{2}-2e\_{s}^{2}\right)$, (15)

здесь $e\_{q}$ -заряд кварка.

 Как мы уже подчеркивали, в литературе приводились разные значения для . Например, в киральной пертурбативной теории получено значение  [13],  [18]. Мы полагаемся на феноменологические анализы, проведенные в раб. [16] и пользуемся в численных вычислениях следующими значениями параметров , , 

 , , . (16)

В наших численных расчетах мы учитываем вклад в ФР мезонов  и  только полиномов Гегенбауэра  и .

 Результаты наших численных расчетов показаны на рис. 1 и 2.

 **Заключения.** Фф , вычисленный с применением обычных и более узких, чем  ФР, для легких  мезонов достигает своего максимума в точке  . Этот же фф , полученный с помощью ФР с инфракрасными ренормалонными поправками обладает этим свойством при всех типах ФР. Степенные поправки уменьшают обычные  и  формфакторы. Для асимптотической ФР мезона и для всех ФР, широких, чем , эти эффекты значительны в области  и . Для ФР узких, чем , они незначительны.

 

Рис.1. Зависимость фф-а перехода () от  при различных фиксированных значениях параметра асимметрии. Угол октет-синглетного смешивания . Использованы обычная асимптотическая (пунктирные кривые) ФР и ФР с инфракрасными ренормалонными поправками (сплошные кривые)  и  мезонов.





Рис.2. Зависимость фф-а () перехода от параметра асимметрии  при фиксированном  и . Значения введенных параметров  и  одинаковы для обоих  и  мезонов. Сплошные кривые получены с помощью ФР с инфракрасными ренормалонными поправками, пунктирные кривые с использованием обычной ФР.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., Yinelek N. Transition Form Factors of meson in QCD. Advances in High Energy Physics. Hindawi. 2016, 8p.

[2] Denig A., BABAR collaboration. Measurement of the $π^{0}, η,η'$ transition form factors at BABAR. Nucl. Phys. B - Proceedings Supplements, v. 234, 2013, p. 283-286.

[3] Melikhov D., Bertold Stech. Universal behavior of the  γ\*γ → (π0, η, η′) transition form factors. Phys.Lett. B, 2012, v.718, N 2, pp.488-491.

[4] Agaev S.S., Mukhtarov A.I., Mamedova Y.V. Infrared renormalon effects on light mesons’ M distribution amplitudes and FM$\left(Q^{2}\right), F\_{πγ}\left(Q^{2}\right)$ form factors. Fizika, 2000,v.6, N1, p.3-8

[5] Agaev S.S., Mukhtarov A.I., Mamedova Y.V. Mesons infrared renormalon corrected distribution amplitudes and the $ηγ, η'γ$ transition form factors. Fizika, 2001,v.7, N2, p.43-47

 [7] Ding M., Raya K., et all. $γγ\*\rightarrow η, η'$ transition form factors. Physical Review D 99.,2019, 16p.

 [8].Mamedova Y.V. Infrared renormalon effects on light mesons’ distribution amplitudes and $F\_{Mγ}\left(Q^{2}\right)$ transition form factors. Proc. of the 8th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications (**COIA-2022**), 24-26 August, 2022, Baku, Azerbaijan, pp.303-305.

[9].Mamedova Y.V. Investigation of $γ\*+γ\rightarrow η(η')$ transitions using the mesons infrared renormalon corrected distribution amplitudes. Abstracts of VII World Congress of the Turkic World Mathematicians (TWMS Congress2023) September 20-23, 2023, Turkestan, Kazakhstan.

[10] Braaten E. Quantum chromodynamic corrections to meson-photon transition form factors. Phys. Rev. D, 1983, v. 28, No 3, p. 524-533.

[11] Ball P., Frere J.-M., Tytgat M. Phenomenological evidence for the gluon content of  and . Phys. Lett. B, 1996, v. 365, No 1-4, p. 367-376.

[12] Bramon A., Escribano R., Scadron M. The  prime mixing angle. Eur. Phys. J. C, 1999, v. 7, No 2, p. 271-278.

[13] Venugopal E., Barry R. Chiral anomaly and  mixing. Phys. Rev. D, 1998, v. 57, No 7, p. 4397-4402.

[14] Benayoun M., Del Buono L., O’Connell H. The third mixing angle. Eur. Phys. J. C, 2000, v. 17, No 4, p. 593-610.

[15] Cao J., Cao F.-G., Huang T. and Ma B.- Q. Electromagnetic transition form factor of pseudoscalar mesons and  mixing. Phys. Rev. D, 1998, v. 58, No 11, 113006, 8 p.

[16] Feldman Th., Kroll P., Stech B. Mixing and decay constants of pseudoscalar mesons. Phys. Rev. D, 1998, v. 58, No 11, 114006, 8 p.

[17] Feldman Th. Quark structure of pseudoscalar mesons. Int. J. Mod. Phys.A, 2000, v. 15, No 2, p. 159-207.

[18] Jakob R., Kroll P., Raulfs M. Meson-photon transition form factors. J. Phys. G., 1996, v. 22, No 1, p.45-58.

[19] Kaiser R., Leutwyler H. Large Nc in chiral perturbation theory. Eur. Phys. J.C, 2000, v. 17, No 4, p. 623-649.

[20] Gronberg J., Hill T., Kutschke R. et al. CLEO Collaboration. Measurements of the meson- photon transition form factors of light pseudoscalar mesons at large momentum transfer. Phys. Rev. D, 1998, v. 57, No 1, p. 33-54.

**Investigation of the** $γ\*γ\*\rightarrow η$**,** $γ\*γ\*\rightarrow η^{'}$ **transitions in the ordinary** $η-η^{'}$ **mixing scheme**

Y.V.Mamedova

Baku State University, Institute of Applied Mathematics

mamedova\_yegana@yahoo.com

**Abstract.** The light pseudoscalar $η and η^{'}$ mesons electromagnetic transition $γ\*γ\*\rightarrow η$, $γ\*γ\*\rightarrow η^{'}$ form factors $F\_{Mγ^{\*}}\left(Q^{2},ω\right)^{'}$ are calculated, applying the perturbative QCD factorization formula and the frozen coupling constant approximation. In the calculations the mesons’ infrared renormalon corrected distribution amplitudes and the $SU\_{f}\left(3\right)$ ordinary octet-singlet mixing scheme are used

**Keywords:** transition form factor, infrared renormalons, power correction, light pseudoscalar mesons.